第一章

波動光學

1-1 光波的基本現象與特性

自有人類以來，就已存在「光」了，幾百年來，人們一直在探索光的性質，在十六世紀，由物理學家牛頓提出對光的基本看法，他說：光像是粒子般直線前進，如光的反射現象及物體的陰影等，均可以用牛頓的假設來解釋。然而有些光的現象卻無法解釋，如光的繞射、干涉等。同時，科學家惠更斯（Huygens）對這種現象提出他的看法，認爲光是一種波動。他說：「一個波的波前上任何一點都可視爲新的波源，機械波的未來進行是由這些新波源所產生之次波（secondary wave）的重疊結果來決定。」這就是著名的惠更斯原理（Huygen's Principle）。

光究竟是粒子或是波呢？在當時的科學家，仍然無法下結論，直到十八世紀末，由馬克斯威爾（Maxwell）提出電磁波理論，他認爲光是電磁波的一種，並說明光的波動性。由電磁波理論可解釋光的傳播現象，並由馬克斯威爾方程式導出波動方程式。但在二十世紀由物理學家蒲朗克（Plank），愛因斯坦（Einstein），波爾（Bohr）等提出量子論，說明電磁波能量量子化的觀念，認爲電磁波是以能包的形式來傳播。所謂的能包即爲光子。而一個光子的能量 $E=h\nu$，h 爲蒲朗克常數，ν爲光子的頻率。

於是光同時具有粒子性和波動性的雙重性質，即光的物理性質爲波粒二象性（Particle-wave duality）。就成爲不再爭論的理論。如光的干涉及繞射現象，其波動性較爲顯著，即以波動性來解釋，而光的反射及光電效應，其粒子性較爲顯著，即以粒子性來解釋。

綜合上述的討論，對光的現象解釋，可用電磁波理論和量子論作爲依據；電磁波理論解釋光的傳播，而量子論則處理光與物質的交互作用，茲將分別說明於後。

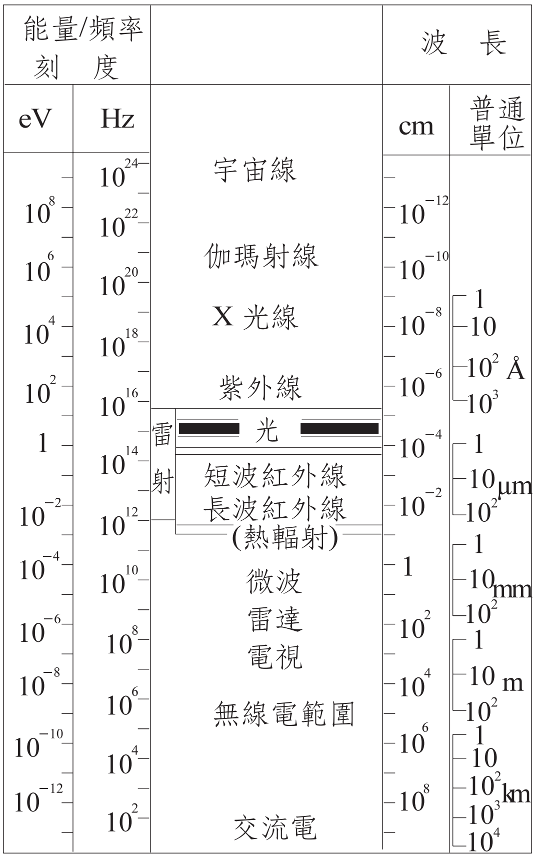
1-2 電磁波

電磁波的光譜範圍在科學、工程及經濟上皆有極重大的意義，其範圍包含有低頻的交流電、信號到宇宙射線的伽瑪量子，如圖 1−1(a)所示，在圖表裡可見光僅占很少的部分，波長從 4000Å（紫色）至 7500Å（紅色），這一部分是以人類肉眼可感受到的程度所定義出來的，而眼睛對可見光感受程度最好的光波長為 5500Å（黃綠光），如圖 1−1(b)所示。同時紅外線、紫外線、X射線和γ射線也被認為是光，甚至射頻波也算在內。換言之，由電子殼狀態的改變而產生的電磁輻射線都稱為光。

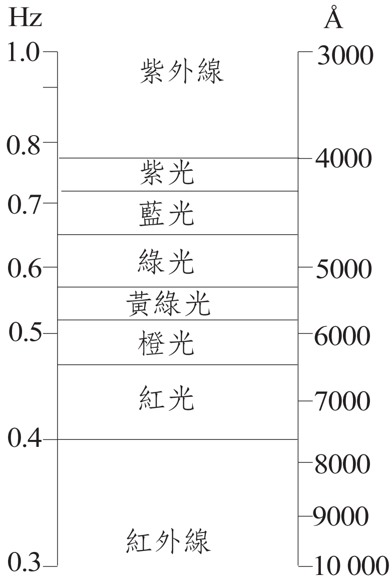
1-2-1 電磁波的產生

電磁波是由於電荷的加速運動所產生的，在中性電介質內，其電荷分佈呈不受干擾的平衡狀態。當中性電介質受到外力的的作用後，其平衡狀態即產生局部干擾，使得正電荷與負電荷短暫地分開，而形成電偶極（dipole）。由於分開的正負電荷間有庫侖力存在，使得電荷分佈產生振盪現象，而恢復到中性電介質的平衡狀態。此種過程是一種逐漸減幅的振盪，在此過程中正負電荷就有相互的加速作用出現，因而造成電磁波輻射，而輻射能量藉著波的傳導，直到將外力干擾的能量耗盡為止。其電偶極的振盪頻率，即為所輻射出的電磁波頻率。而電磁波頻率，隨外力不同及波源種類而改變。

振盪電偶極所產生的電磁波現象如圖 1−2 所示，偶極的方向，即為電場方向。磁場振盪平面垂直於電場平面，電磁互相感應而傳播，因此電磁波的電場分量與磁場分量互相垂直，並且也都垂直於波的進行方向。



(a)電磁波的光譜



(b)電磁波的光譜中，可見光的波長、頻率範圍及顏色

圖 1−1

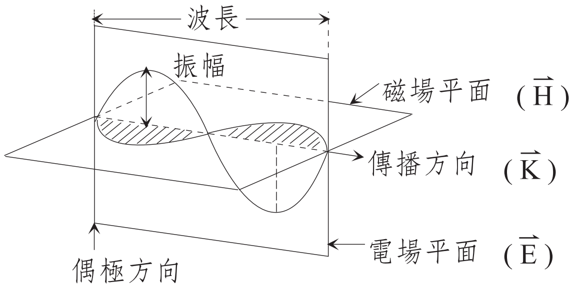


圖 1−2　電磁波的解剖圖

1-2-2　電磁波的傳播

電磁波的傳播現象可由馬克斯威爾方程式（Maxwell's equation）來導出波動方程式。在真空中任意一點上的電場與磁場的變化是遵從馬克斯威爾的四個方程式，即

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\quad\text{法拉第定律}\tag{1-1}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\quad\text{安培定律}\tag{1-2}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0\quad\text{高斯定律}\tag{1-3}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0\quad\text{磁單極不存在}\tag{1-4}$$

上式中ϵ_0爲真空電容率（permittivity），μ_0爲真空導磁率（permeability）。聯立（1−1）、（1−2）兩式得到

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{H}&=\epsilon_0\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{E})\\&=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)\\&=-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}\end{aligned}\tag{1-5}$$

因

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{H})-\nabla^2\vec{H}\tag{1-6}$$

所以

$$\nabla^2\vec{H}=\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}\tag{1-7}$$

同理可得

$$\nabla^2\vec{E}=\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\tag{1-8}$$

上面兩式稱爲波動方程式，其形式與聲波或張力波等機械振動的**非色散波動方程式**（nondispersive wave equation），完全相同，表示電磁波在真空中的變化與機械波完全一樣，所以稱爲電磁輻射（electromagnetic radiation）或電磁波（electromagnetic wave）。所謂的非色散波動方程式即表示（1−7）或（1−8）的解 u（z, t）=u（z±vt, 0），不會因波的進行而改變形狀。電磁波在真空中的進行速率就是光速，常以 c_0 來表示之

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \qquad (1-9)$$

上式中 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}$ 法拉／米，$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨利／米，因此在真空中光速 c_0 約爲 3×10^8 m/s。

1-3 電磁波的性質

由式（1−7）及（1−8）解電磁波波動方程式，不論 $\vec{E}$ 及 $\vec{H}$ 都具有下列形式：

$$\vec{F} = \vec{A}(\vec{r}, t)\, e^{i\phi} \qquad (1-10)$$

上式中 $\vec{A}$ 稱爲振幅（amplitude），爲空間座標與時間的緩慢變化函數，ϕ 稱爲相位（phase），爲空間座標與時間的線性函數。相位的時間導數稱爲波頻 ω，即

$$\omega = \frac{\partial \phi}{\partial t} \qquad (1-11)$$

相位的空間導數稱爲波向量（wave vector），即

$$\vec{k} = \vec{\nabla}\phi \qquad (1-12)$$

電磁波在空間各點的進行方向即爲 $\hat{k} = \vec{k}/k$ 的方向，又相位通

常的形式是

$$\phi = f(\vec{r}) - \omega t \qquad (1-13)$$

則

$$\vec{\nabla} f(\vec{r}) = \frac{\omega}{c}\vec{n}(\vec{r}) \qquad (1-14)$$

上式中 n 爲介質的折射率。

就以平面和諧波爲例子，即

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}_0 e^{j(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \qquad (1-15)$$

所以

$$f(\vec{r}) = \vec{k}\cdot\vec{r}$$

則

$$|\vec{\nabla} f(\vec{r})| = |\vec{k}| = \frac{\omega}{c}n \qquad (1-16)$$

電磁波的傳播速度可由行進速度 c 和波長 λ 表示之，下面關係式即可將兩者與振盪頻率 f 相結合，即

$$c = \lambda f;\ \omega = 2\pi f \qquad (1-17)$$

電磁波通過不同折射率 n_i 的介質，其頻率在傳播過程中是不變量（僅適用於弱的光強度）。然而速度和波長會改變如下

$$c_i = c_0/n_i;\ \lambda_i = \lambda_0/n_i \qquad (1-18)$$

上式中 c_0, λ_0 分別代表電磁波在真空中的傳播速度及波長。c_i, λ_i 分別代表電磁波在介質中的傳播速度和波長。

由式（1−16）及（1−17）可得到

$$k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (1-19)$$

上式中k稱爲波數向量在傳播方向的大小，其中波長的倒數（$1/\lambda$）稱爲**波數**（wave number）或稱爲**空間頻率**（spatial frequency），涵義爲每單位距離的週期數。例如光柵或紗窗，若每1公分所含的條數愈多，即代表空間頻率愈高。

角空間頻率：定義爲波數乘上2π，以每單位距離的弳度數表示之。

假設電磁輻射場爲和諧波形式，由馬克斯威爾方程式（1−1）到（1−4）可得到

$$\vec{k}\times\vec{E}=\mu\omega\vec{H} \tag{1−20}$$
$$\vec{k}\times\vec{H}=-\varepsilon\omega\vec{E} \tag{1−21}$$
$$\vec{k}\cdot\vec{E}=0 \tag{1−22}$$
$$\vec{k}\cdot\vec{H}=0 \tag{1−23}$$

從式（1−20）到（1−23）得到電磁波的基本性質，玆分別說明如下所述：

⑴由$\vec{k}\cdot\vec{E}=\vec{k}\cdot\vec{H}=\vec{E}\cdot\vec{H}=0$得知電磁波的電場和磁場分量互爲垂直，並且也都垂直於波的進行方向。即$\vec{k}\perp\vec{E}\perp\vec{H}$。

⑵由式（1−9）得知，電磁波（光波）在電介質中速度爲$v=1/\sqrt{\mu\varepsilon}$，而在光學領域中，電介質的導磁率差不多等於真空中的導磁率，即$\mu\approx\mu_0$。依據式（1−18）定義折射率爲

$$n\equiv\frac{c_0}{v}=\frac{1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{1/\sqrt{\mu\varepsilon}}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}=\sqrt{\varepsilon_r} \tag{1−24}$$

⑶由式（1−21）和$\vec{k}\perp\vec{E}\perp\vec{H}$可知

$$|\vec{k}\times\vec{H}|=|-\varepsilon\omega\vec{E}|$$
$$H=\frac{\varepsilon\omega}{k}E$$

所以

$$\frac{E}{H} = \frac{1}{\varepsilon v} = \frac{\sqrt{\mu\varepsilon}}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \equiv Z \qquad (1-25)$$

Z 稱爲電介質的阻抗（impedance）。若在真空中，$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377\Omega$；稱爲本質阻抗比。

關於平面諧和波，即$\vec{k}$, $\vec{E}$, $\vec{H}$三個量皆互爲垂直，則

$$\begin{aligned} \left|\vec{H}(r,t)\right| &= \frac{1}{Z}\left|\vec{E}(r,t)\right| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left|\vec{E}(r,t)\right| \\ &= n\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left|\vec{E}(r,t)\right| \\ &= \frac{n}{377}\left|\vec{E}(r,t)\right| \end{aligned} \qquad (1-26)$$

由上式中可知折射率愈大的電介質磁場強度就愈大。

(4)電磁波的表徵只在於功率（能量）及傳播速度（波速），兩者皆爲古典物理學中的量。電磁波可以攜帶能量，而以坡印亭向量（Poynting Vector）來表示最爲恰當。

坡印亭定理說明了通過單位面積的電磁功率流率爲：

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad (1-27)$$

上式中 $\vec{S}$ 稱爲坡印亭向量，其單位爲瓦特／米 ^{2}，它不但定出了能量通量（flux）的方向，即沿著電磁波的進行方向 $\vec{k}$ ，同時也定出了它的大小。

對平面電磁波而言，令

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t) \qquad (1-28a)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \Delta\phi) \qquad (1-28b)$$

$\Delta\phi$ 為起始相位角

則

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H} \\ &= \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \Delta\phi) \end{aligned} \qquad (1-29)$$

若 $\vec{E}$ 與 $\vec{H}$ 是同相位振盪，即$\Delta\phi = 0$，則$\vec{S}$的平均值爲

$$
\begin{aligned}
<\vec{S}> &= (\vec{E}_0 \times \vec{H}_0) < \cos^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t) > \\
&= \frac{1}{2}(\vec{E}_0 \times \vec{H}_0) \\
&= \frac{1}{2}E_0 \times H_0 \frac{\vec{k}}{k} \\
&= I\,\hat{k} \qquad (1-30)
\end{aligned}
$$

上式中$\hat{k}$代表電磁波的進行方向，I 稱爲輻射照度（irradiance）。若利用指數函數表示電磁場時，$<\vec{S}>=1/2\ \vec{E}_0 \times \vec{H}_0^*$。

所以

$$I = \frac{1}{2}E_0 H_0 \qquad (1-31)$$

由式（1−25）可將上式改寫成

$$I = \frac{1}{2}Z H_0^2 = \frac{1}{2Z}E_0^2 \qquad (1-32)$$

上式中阻抗Z爲實數，是因電場及磁場分量爲同相位振盪的結果。若$\Delta\phi \neq 0$，阻抗爲一個複數，則$<\vec{S}>$減少。當$\Delta\phi = \pi/2$ 時，$<\vec{S}>=0$。由此可知電磁波的平均功率流率$<\vec{S}>$與$\vec{E}$和$\vec{H}$的相位有關。由式（1−25）可得到 $Z=Z_0/n$，因此式（1−31）也可改寫成

$$I = \frac{n}{2Z_0}|E_0|^2 \qquad (1-33)$$

電磁波中的電場和磁場分量所含的能量密度爲

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \qquad (1-34a)$$

$$u_H = \frac{1}{2}\mu H^2 \qquad (1-34b)$$

因爲 $E = ZH$, $Z = \sqrt{\varepsilon/\mu}$所以式（1−34b）可寫成

$$u_H = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{E}{Z}\right)^2 = 1/2\mu\cdot\frac{\varepsilon}{\mu}\cdot E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \mu_E \qquad (1-35)$$