

序幕：蘋果和月亮

從樹上掉下來的蘋果告訴我們，天上和地下由同樣的定律所管轄。我開始思考作用在月球上的重力……我推導出行星維持在軌道上的力必須反比於它和軌道中心之間距離的平方，如果把維持月球在其軌道上運動的力與地球表面上的重力相比較，所得出的結果是很相近的。所有這些想法都是在西元 1665～1666 年這兩年瘟疫期間所產生的。那些日子正是我發明創造時期的巔峰，而我當時對哲學和數學的興趣比往後任何時候都來得大。

——牛頓在他回憶錄中所記載的一段話

PROLOGUE



西元 1665 年的夏天，當時英格蘭正流行著瘟疫。劍橋大學宣布關閉，學生都被送回了家。學生中有當時年僅 23 歲的艾薩克・牛頓（Issac Newton）。他回到了位於伍爾斯瑟普（Woolsthorpe）的家庭農場，並在那裡待了兩年，在農村與外界隔絕的情況下進行思考和學習。一天，一粒蘋果掉到了他的頭上，讓這兩件歷史性的遭遇，激勵牛頓創造了他的重力理論。

誰又能知曉這個故事是真確的嗎？看起來，它像是一個編劇



人的精心傑作，但實際上它是牛頓自己在老年時第一次講出來的。無論如何，這是一個很好的故事，具有猶太教——基督教中蘋果是智慧之果的色彩。

艾薩克·牛頓爵士是何許人也

物理學家把牛頓作為他們同行中最偉大的人來尊敬，說他的工作奠定了自然科學¹的基礎並不過分。但艾薩克·牛頓爵士究竟是何許人也？

這位偉大的天才是他父系中唯一會寫出自己名字的人。他父親的兄弟認為沒有必要讓自己的兒子們受教育，他們終身未受教育。他的母親僅會寫字，並且並不打算把艾薩克送去上學。在他舅舅的堅持下，牛頓才得以接受教育。在此之前，他舅舅是家族中唯一受教育的人。

在一個世紀中，牛頓的父系祖先從普通農民成為土地擁有者，這個升遷說明他們的智力應該高於平均水平。牛頓的父親據說是一個粗野、過激和孱弱的人，他在結婚後 6 個月就去世了。幾個月後，牛頓在西元 1642 年的一個耶誕節早晨出生，一生來即失怙。由於早產，牛頓生下來太瘦小，以致沒有人認為他能活下來。

當這個沒有父親的孩子成長到 3 歲的時候，他的母親再婚了，嫁給了一位 63 歲的神職人員。這個討人厭、說話過分的牧師不讓牛頓和他的母親生活在一起。這段經歷被心理分析家毫不猶豫地把這個被迫失去母愛的案例，作為牛頓以後行為的解釋。

¹ Physical Science，自然科學中的非生命科學部分，譯者註。

由於當時的宗教教養，牛頓記錄過自己的「罪惡」，其中一段就是威脅要把母親和繼父連同他們的房子一齊燒掉。

牛頓 10 歲時他的繼父死了，他得以和母親重逢。因為在這段時間他的繼父和他的母親生了 3 個孩子，使他顯然產生了強烈的忌妒心。這次重逢時間很短，因為不久他就被送到城裡去上中學了。在那兒，他住在一間藥房裡，而且和藥房主人的繼女談了一場戀愛。這是他一生中第一次，也是最後一次的愛情。

牛頓 17 歲時，他的母親讓他回家在農場幹活，他索性就一邊讀書一邊放羊。法庭記錄顯示他曾因為羊跑到鄰居的地裡幾次而被罰款。在這段時間牛頓自己的罪惡記錄有「推打妹妹」、「對母親發脾氣」、和「僕人爭吵」和「跟很多人打架」。僕人們恨他，說他懶惰，肯定是個什麼事都做不成的人。

同時，牛頓的舅舅和學校校長勸說他的母親，讓他回到學校繼續學習。只是在校長答應免去費用並允許牛頓住到他家之後，牛頓的母親才肯讓步。牛頓的母親真是個守財奴，她從兩個丈夫那裡得到資產，已經夠富有的了。最後，牛頓是以領補助金的名義註冊進劍橋大學，並以貧窮學生的身分為富裕學生做服務勞動而掙的一些錢。他為別人買啤酒、倒便壺並做其他雜事，這對從小就有僕人的牛頓來說是挺屈辱的。

理查·衛斯特法爾（Richard S. Westfall）是牛頓的傳記作家，他將牛頓描寫成一個飽受折磨的人，有極端神經質的性格，至少在中年時就常常徘徊在精神崩潰的邊緣。在熟悉他經過那樣的童年之後，這就不足怪了。不需要多少心理分析，就能瞭解牛頓對同時代科學家的嚴厲、惡意的爭吵反映了他對繼父的少兒暴怒症²。

2 infantile rage，一種心理疾病，譯者註。



膨脹的宇宙

對打倒自己主要的科學上的敵人羅伯特・虎克（Robert Hooke），牛頓毫不留情。虎克比牛頓大上 6 歲，是在牛頓之前被公認英國最偉大的科學家。很有趣的是，牛頓曾提過一句常被引用的名言：「如果我看得更遠些，那是因為我站在巨人肩膀上的緣故」。這句話常被誤解為牛頓謙虛的證據。實際上這句話是對虎克的諷刺性挖苦，因為虎克的身材既矮又駝背。現在有一些物理學家用這句話的變體來奚落他們的同事：「如果我看得遠些，那是因為我從矮子肩上看過去的原因。」

總的說來，從在劍橋到瘟疫流行時期是牛頓一生中最快樂的時光。和歐洲大陸的學術中心比較起來，劍橋在當時像是知識上的一潭死水。當時的大學有一個部分基於亞里士多德（Aristotle）的教學計畫，幸而在 17 世紀 60 年代亞里士多德式的教學計畫即使在劍橋也未被認真執行。牛頓幸運地能比較自由地利用時間思考並閱讀自己要讀的東西。在瘟疫到來的時候，他已經找到伽利略（Galileo）和笛卡兒（Descartes）的著作來學習並且初步發明了微積分。



任意兩個物體

不停地想。

——牛頓（對於他如何發現重力定律提問的回答）

牛頓發現了任何兩個物體都彼此吸引。物體的質量愈大，萬有重力愈強。當兩個物體遠離時，它們之間的吸重力變弱，但永不減少到零。

現在已經清楚，蘋果掉落是因為地球拉它下來。實際上不僅蘋果，任何東西都會掉落，看來重力和物體的細節性質無關而只依賴於其質量——就是物體所含物質的量。力是如何依賴於質量的呢？

伽利略的炮彈

在當時牛頓已經得出了運動三定律。其中一個定律是說當任何一種力作用於一物體上，物體會獲得加速度。而且，物體的質量乘以加速度等於所加的力， $F=ma$ ，力等於質量乘上加速度。換句話說，受力的物體的加速度正是力除以物體的質量： $a=F/m$ 。

我要強調牛頓的運動定律 $F=ma$ 是關於普遍的力效應的。力可以是電力、磁力、重力或者任何其他力。在牛頓以前，人們被無所不在的摩擦力所蒙蔽，相信了必須用力才能保持物體以恆定速度運動。也許牛頓觀看一個人在溜冰場上優雅地滑著，便想到如果摩擦力減小到最低限度，物體便可以在很長時間內維持其速度，並不需加力於其上。他的定律說明在沒有摩擦時，作用在物體上的力改變物體的速度——即物體獲得加速度。

實際上重力使物體在下落時加速。伽利略已經確定了下落的物體以約每平方秒 32 英尺的速度加速。這意味著下落的物體在一秒之後以每秒 32 英尺的速度落下，兩秒之後是每秒 64 英尺，以此類推。當然阻力會使它慢一些。

有了這些數據，牛頓即推出地球對物體的重力和它的質量 m 成正比，即 F 等於 m 乘上一個常數，稱這個常數為 g^3 ，因此， $F=$

3 源於英文 gravity，譯者註。



膨脹的宇宙

mg 。下面證明它和伽利略的觀察相一致。

證明很簡單。加速度是 $a = F/m = mg/m = g$ 。質量消掉了！加速度和物體的質量無關！

這是完全正確的！伽利略說落體的加速度是每秒 32 英尺，並不需要標明質量是多少。

為了強調這個關鍵點的重要性，讓我們故意錯誤地假設重力和質量平方成正比，這樣落體的加速度就應是 $a = F/m = \text{常數} \times m^2/m = \text{常數} \times m$ 。若一個物體的質量為另一物體的兩倍，則其比後者加速快兩倍，這和伽利略的觀察相矛盾。

想像伽利略爬上比薩斜塔（Leaning Tower of Pisa）擲下兩個不同大小的鐵球，它們同時著地顯示所有物體以同樣的速率下落。許多人拒絕相信伽利略，問他一塊石頭如何能和一根羽毛以同樣的速率下落。這些人其實沒有覺察到羽毛的空氣阻力要比對石頭的大得多。在真空中一塊石頭和一根羽毛將肩並肩地下落，這是富有戲劇性但又是真實的事實。

我們將看到，物體以同樣速率下落這件事提供了重力本質的線索，並提供了愛因斯坦建立其重力理論的基石，從而得出空間和時間的深奧秘密。



把地球往上拉

嚴格說來，僅僅說地球把蘋果往下拉是不對的。在重力這個「雙人舞」的表演中，地球和蘋果相互吸引。在地球把蘋果往下拉的時候，蘋果正在往上拉地球。當我在兒童時第一次聽到這個說法時，留下很深刻的印象。每次當我從樹上跳下時，地面真是向我落下來。作用在蘋果上的力同樣也作用在地球上。當然同樣

的力使地球移動得小得多，因為地球的質量要大得多。

同樣的道理，我們在走路的當時也不斷地將地球往後推。想像一下，你走路時把周圍的環境往後推，就如同你在游泳時把水往後推一樣。當然在任何給定時間在地球上走著的許多人和車輛給地球的影響非常小，幾乎全部抵銷掉了。

重力的長手指

我們已確定，地球和一個質量為 m 的物體間的重力和 m 成正比。這個重力也和地球的質量成正比嗎？結果正是如此。這個事實看來似乎有道理，但並不是顯然的，因為地球的質量比一個通常的物體的質量要大得多。

地球和蘋果之間的重力是否和地球的質量成正比的問題和牛頓需要回答的另一個問題有關，即兩個物體間的重力如何依賴於他們之間的距離。

答案有不同的可能性。當我們把兩個物體分開到超過一個被稱為力程的距離時，物體間的力可能急劇減小到零。在此力程之外力已經不再起作用。為了討論方便，假定重力的力程是 100 碼⁴。這樣只有距離蘋果約 100 碼的地球的那一部分才有貢獻，而重力就不會正比於地球的整個質量；但如果重力的力程比地球的大小還大得多，則地球的整個質量都能做貢獻。一個極端的可能性是當兩個物體的距離增加時，它們間的重力逐漸減小而趨於零，但並不完全等於零。在此情況下重力的力程為無限大。

為了決定重力的力程，牛頓作了最簡單的假定，兩個質量為

⁴ 碼 (Yard)，1Yard 等於 3 英尺，譯者註。



m_1 和 m_2 的物體間的重力都成正比，力並不偏向哪一個物體。我們以後將回到這個問題，並將驗證即使在地球與蘋果之間這個事實也是正確的。

天空中的石頭

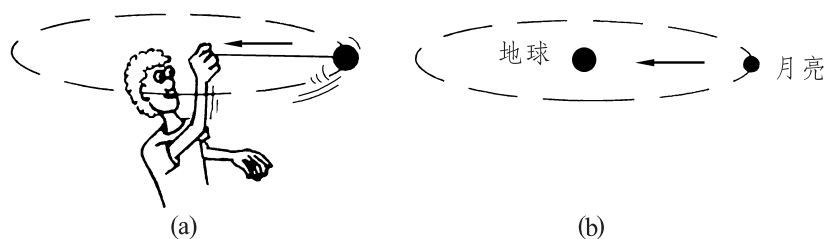
牛頓是怎樣決定重力和物體間距離的依賴關係呢？原則上牛頓可以從越來越高的高度擲下蘋果，並觀察作用於蘋果的重力如何減小。這其中的困難在於，地球的半徑大約是 4000 英里。從地球的尺度來看，牛頓所能達到的高度實在是太小了。他沒有辦法把蘋果拿到距地面幾千英里那麼高。當然不一定用蘋果，任何物體都可以，比如用一塊石頭。但他也不能把一塊石頭弄到那個高度。

但的確有一塊石頭就在高空。瞧，就是那月亮！牛頓果然有聰明的洞察力。

對於一個像月亮那樣的物體，要圍繞像地球這樣一個物體運行，必須要有一個力作用於月亮，把它往地球拉，否則月亮將沿一條直線飛去。在圖 P.1(a) 中，一個男孩把一塊石頭綁在繩索上繞著自己的頭上方旋轉。假如要使石頭不停地旋轉，他需要拉住繩索以便施加一力於石頭。一旦放手，力便消失而石頭也就飛走了。

牛頓一定意識到了地球作用於月亮的重力正好等於維持月亮轉動所需要的力，如圖 P.1(b) 所示。運用他的運動定律，牛頓得出這個力的大小依賴於月亮的軌道半徑和它在軌道上運動的速度。

同樣的討論適用於行星圍繞太陽的運動。早在之前，天文學家開普勒（Kepler）已經煞費苦心地理確立了每個行星的軌道半徑和它們在軌道上運行的速度。因此牛頓就能知道維持每個行星軌



(a)一個男孩旋轉固定在繩索上的石頭。要使石頭不飛出去，男孩要拉住繩索以力作用於石頭。石頭轉得愈快，所需的力愈大。(b)要使月亮運行在繞地球的軌道上，地球需要以力作用於月亮。(a)和(b)包含同樣的物理原理。

圖 P. 1

道運動所需的力，這也就是太陽作用於每個行星的力。

這是多麼幸運啊！大自然提供牛頓這麼多分別距太陽不同距離的行星。他最終能確定兩個物體間的重力如何依賴於它們之間的距離。牛頓利用開普勒的數據，找到了兩個物體間的重力隨它們之間的距離平方而減小的規律。如果我們將距離增為2倍，則力減為原有的 $1/(2 \times 2) = 1/4$ ；將距離增為3倍，力減為原有值的 $1/(3 \times 3) = 1/9$ ，如此類推，重力具有無限大的力程。

重力是長程作用的（物理學家通常省略「無限大」一詞），這對宇宙的演化具有重大的意義。宇宙中一個物體受到其他所有物體的重力。當然遠處物體的力是微小的，但其總體效應是可觀的。

重力的長程作用解釋了為什麼使蘋果落地的力是如此之強，而我們難以發現一塊石頭和蘋果間的力。地球重力之所以強，正因為它的長力程允許整個地球質量都能參與之故。



膨脹的宇宙

奏樂慶祝！牛頓現在可以把這一切歸結為一個萬有引力定律。任何兩個質量為 m_1 和 m_2 的距離為 d 的物體間的重力是 Gm_1m_2/d^2 。這力等於兩個質量和一個常數 G 的乘積除以距離平方。這個 G 常數現在被稱為牛頓萬有引力常數。

常數 G 給出重力強度的一個總的量度。牛頓在他所掌握的資料（例如地球的大小）基礎上，決定了 G 的數值。實際上這還提供給他一個估計太陽質量的方法。

嘿！沒想到吧，所有這些推論僅需從樹上掉下來一個蘋果！



在牛頓完成了重力理論的表述以後，他認識到應該回到地球與蘋果間的力的問題。在他的公式中，究竟應該代入蘋果到地球表面的距離，還是到地心的距離，或是到地球內另一點的距離呢？另外，他應該代入地球的整個質量，還是僅為其中一部分呢？

幸運的是，在牛頓從行星圍繞太陽的運動中找到距離的反平方規律時，這些問題並不存在。在太陽系的尺度下，太陽和任何行星間的距離比起它們本身的大小來說是如此之大，以致太陽和行星都可以看成是小球，在數學上可以被視為理想的點。相應的距離就明顯應該是這些點之間的距離。但對落下蘋果的尺度而言，地球就太大了，它不能被當成一個點。

牛頓知道怎樣做。他把地球切成小塊，小到可以把它們當成數學的點。用牛頓公式計算每一小塊對蘋果的重力，再把這些小塊的重力加總起來，這樣就得到整個地球對蘋果的重力。

這個計算結果是很簡單的。要計算蘋果和地球間的重力，就用牛頓公式，代入蘋果到地心的距離，再代入地球全部的質量。