

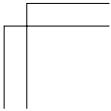
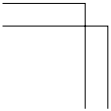
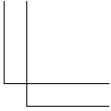
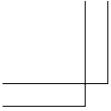


第 1 章

.....

緒 論





第一節 前言

數學是學生學科學習的三大基本領域（即讀、寫、算）之一，而個人的數學能力影響其生活品質（諸如購物、個人財務管理和旅遊等）以及職業生活等。前者是生活化的數學，後者則是功能性的數學。其實，無論國別、人種、文化或語文，人類均生活在數學世界裡，而且數學是國際性符號語言，不管是日常生活、社會生活或是職業生活，人類每天都生活在豐富的數量資訊中，並在進行數與量的思考、記錄與溝通（Lerner, 2003）。

對數學低成就學生而言，數學是花最多時間去學習，但是成績卻是最差的學科；對數學學習障礙學生來講，數學是不斷地學習，但卻又不斷地忘記的學科（Cegelka & Berdine, 1995）。許多學習障礙學生顯現數學的學習問題，大約 26% 的學習障礙學生接受數學的補救教學，50% 的學習障礙學生的個別化教育計畫（IEP）列有數學的教學目標，而研究資料顯示，6~7% 的兒童有特定的數學障礙（Badian, 1999; Fuchs & Fuchs, 2001; Lerner, 2003; Miller, Butler, & Lee, 1998; Rivera, 1997）。

數學學習障礙學生的兩大數學問題是(1)數學計算和(2)數學推理（IDEA, 1997）。上述兩種數學能力關係學生現在的學業成就以及未來生活的成敗（Miller & Mercer, 1997; Patton et al., 1997; Shalev et al., 1998）。Dyscalculia 是數學障礙的醫學導向術語，係指個體因中樞神經系統失功能而導致在數學概念和計算的學習與使用上有嚴重的問題（Rourke & Conway, 1997）。

數學學習障礙的成因是多元的，諸如空間關係、身體意象（body image），視覺一動作和視知覺能力、方向與時間概念、注意力與記憶力等問題。而數學學習障礙學生的特徵計有資訊處理困難（含注意力、視覺空間歷程、聽覺歷程、記憶與檢索以及動作問題）、語文與

閱讀能力不足、數學學習策略欠缺以及數學焦慮等（Lerner, 2003）。

筆者於民國八十四年在五南圖書出版公司出版《學習障礙兒童》一書，第八章敘寫〈數學學習障礙兒童的補救教學〉，內容包括數學學習障礙學生的定義、特徵、類型、成因、診斷與補救教學，共計 28,672 字。筆者再於民國九十二年十二月在台北市立師範學院特殊教育中心發表《數學學習障礙學生：課程與教學》一書，總共 113587 字。筆者復於民國九十四年三月二十五日在台北市立師範學院身心障礙教育研究所出版《數學學習障礙學生之認識與教學》一書，共有 118473 字。此次，在五南圖書出版公司出版《數學學習障礙》一書，旨在探討數學學習障礙學生的基本概念、鑑定與診斷、數學學習障礙學生的數學課程與教學的理論和技術、數學學習障礙學生教材教法評介、教材教法設計樣本以及教學活動設計實例，意在提供參考，並請指教。

❖ 第二節 數學教育

由於回歸主流和融合教育的實施，普通班教師開始面對班級中學障學生數學課程和數學教學的問題，同時普通班教師也體認自己的準備不足，無法了解學障學生最根本的問題和低估學生需要的協助（Trafton, 1981）。此外，一般數學教科書與一般數學教學均有若干缺失（Cawley, 1984）。例如，標準課程數學課本的閱讀程度過高，有些學習障礙學生無法閱讀，因而無法理解指示與解答應用題。數學課本的例題太少，使得學習障礙學生無法經由充分的練習而熟習數學教材。數學課有一套教學順序，亦即有計畫地按部就班在某特定範圍內教完一個主題，再教下一個。傳統上，基礎課程以反覆的方法，一再重複該年級所要學的主題、方法及應達到的水平（NCTM, 1986, 1996）。這種方法通常不只會無聊，又多餘地一再重複某些主題，且草草帶過

其他主題，也因此導致整個課程的支離破碎。研究發現，許多教師在所教的數學課程中，有 70% 的主題在一整年的教學時數裡花不到三十分鐘（Porter, 1989）。基礎數學課程的缺失還包括：預習及練習皆不足、缺乏實際生活的例子、太少運用具體實物、概念及技巧不完整、死背和教師手冊內容貧乏等。此外，普通班教師完全採用標準課程的數學課本教學，普通班教師全然按照學期的數學進度實施教學，絕大多數的教師並未對班上的學習障礙學生實施個別化教學，一般數學教學重視數學計算能力的練習與教學而忽略其他的數學領域。

美國教育部（1980）的資料所顯示的下列四項數學學習障礙學生數學教學的問題，目前依然存在於我國數學學習障礙學生的數學教學中：

1. 大部分的學障學生是全日或部分時間在普通班級接受數學教學。
2. 大部分的教師多因學生閱讀困難而轉介，很少因數學困難而轉介的。
3. 資源教師花較多的時間在教閱讀，而非教數學。
4. 學校缺乏教導數學學習障礙學生的適當教材。

在數學的教學課程與教學方法上，目前尚無共識，惟宜把握以下原則：

1. 數學課程必須反應變遷中的社會需求和數學的學習目的。
2. 數學教學不能受制於某些教學法，而應該採用新的有效教學法，或結合新進的科技，實施數學教學。
3. 研發多樣性的數學成就測驗與數學能力診斷測驗工具，用以有效篩選、鑑定與診斷數學學習障礙學生的數學成就、能力與問題。
4. 舉辦一般教師普通班特殊教育學生個別化教學技術的在職教育。
5. 研發普通班特殊教育學生的替代性課程（alternative curricula）。
6. 研發與實驗驗證學習障礙學生有效的數學教學技術。

解決學習障礙學生數學課程和數學教法兩大問題的可行方法與步驟如下：

1. 先審查現行一般數學課程標準對學障生可能造成的學習困難。
2. 再審查學障學生的特殊數學課程和特殊化教學方法的適用性。
3. 學生只有被安排在合適的數學層級中，才能從數學教學中獲利，所以教師先評估學生的數學技能程度，再決定數學課程設計。
4. 雖然教師在安排一套基礎教材給學生之前，已經先評鑑學生，但仍須時時修正內容，以符合學習困難學生們的需求。基礎教科書中，通常未涵括足夠的範例和問題，教師們必須隨時補充課程，以確定學生熟練技能。
5. 多數閱讀困難的學生，有閱讀指引和計算應用題的困難。因此，若這些學生被安置在基礎數學課程中，必須調適與彌補其閱讀問題。
6. 數學教學通常都是以一個單元接一個單元的方式進行，因為在本質上來說，許多數學技巧是呈階層組織的樣子，除非學生已經精通事先需要的技巧，否則將在更深層的技巧上遭遇困難。
7. 重複呈現過於困難的教材給學生，學生將會把數學視為一連串永無止盡的問題，而且很少知道其正確解答。

國民中學二年級學生數學與科學程度關係比較研究報告（波士頓學院國際中心，2001）顯示，我國國二學生數學與科學程度均名列全球前十名，數學程度更在第三名。在亞太國際數學競賽、國際奧林匹亞數學競賽等國際比賽中，台灣學生總是能大放異彩，但令人納悶的是，台灣學生的數學能力卻在大學教育之後消失殆盡（聯合報記者孟祥傑，民 92.9.17）。教育部九年一貫數學學習領域綱要修訂小組調查發現，現行九年一貫的數學課程設計內容，比美國加州、日本、南韓、新加坡等地的數學課程落後一年到兩年，更較中國大陸的數學課

程落後兩年到三年。台灣國小階段數學節數明顯偏低，而且課程內容也趕不上他國，造成數學能力全面性落後，應立刻調整節數與課程內容（教育部九年一貫教學學習領域綱要修訂小組，引自聯合報記者孟祥傑，民國 92.9.17）。中華民國數學學會副理事長陳宜良表示，九年一貫數學課程暫行綱要安排的課程不僅過於簡單，進度也落後舊教材與美國公立學校公布的課程標準一年到兩年。數學是所有學科之母，舉凡科技、電腦與生化發展都需要數學。想要跟得上世界的脈動，小學至少要學會數字運算和簡單的幾何，中學則要能理解四則運算、代數和幾何（聯合報記者孟祥傑，民 92.9.17）。九十四學年度國中小學數學將逐年實施新課程，確定未來國小一、二年級將加強學生基本加減算法及九九乘法，小學畢業前要熟練小數及分數混合四則運算。具體而言，國小一至三年級掌握數、量、形概念；國小四年級熟練自然數直式運算與混合四則運算；五、六年級學習分數、小數多面向觀念。未來小學生畢業時，能熟練小數及分數的混合四則運算，理解估算概念，並運用在演算上，認識簡單幾何形體，了解面積與體積公式，並能報讀簡單統計圖形及理解概念。在九年一貫國小數學領域課程綱要修訂說明會上，各縣市教師代表建議教育部設立各功能性組織，廣邀各領域人員參與數學課程綱要的推行，並建立教材評估補強機制，強化教師培訓工作（聯合報記者熊迺迪，民 92.10.21）。

數學學習障礙學生的鑑定與處遇（*treatment*）不若閱讀障礙學生般受到重視（*Badian, 1999*），學校資源班的教學只有三分之一的時間用在數學學習障礙學生的補救教學上，而且普通班的數學課程與教學更帶給數學學習障礙學生諸多困難，例如學生的數學先備知識不足、教學速度太快、教學策略欠缺、教學活動溝通不佳、教學時間不夠、引導式練習時間欠缺、實際應用不足和數學教學共識薄弱等（*Carnine, 1997; Cawley et al., 1998; Montague, 1997; Rivera, 1997*）。惟近年來，數學教育受到政府與民間、學者與家長的關注，有關數學課程與教學的研

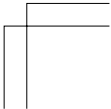
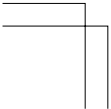
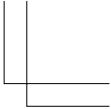
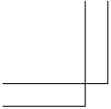
究日漸發展。舉例而言，國內王國雄先生研發一套結合多媒體的數學教法——PTPG，就是 **Play** 多樂趣互動、**Teaching** 多元化授課、**Practice** 多效能練習和 **Game** 多媒體遊戲。能將教材融入多媒體，對小孩來說可不是多做一個數學題目，而是多玩一個遊戲。這套 PTPG 教學法是利用電腦投影教學，將難解的數學問題做成 3D 動畫，使學生觀念更清晰，同時利用活動帶動學習，讓數學變得更有興趣。另外，以電腦遊戲來複習，將電腦的樂趣延伸至數學學習，更可啟發學生的學習興趣（聯合報記者楊正敏，民 92.9）。最近聯經出版事業公司中譯出版六冊親子數學系列（美國加州大學柏克萊分校 Lawrence Hall of Science 研發），適用對象為四歲至高中。聯經公司亦出版本土化的數學學習三冊，適用對象為國小五年級至國中三年級。此外，網站 http://www.conknet.com/~p_bliss/Math.htm 更有一系列數學補救教學與學習策略的書刊簡訊，可供參考。



第 2 章

數學學習障礙學生的基本概念





❖ 第一節 數學與數學學習障礙

一、數學

學者專家的數學定義可謂百家爭鳴，從形而上到形而下，或學識性定義，或知識性界說，或常識性界定，茲列舉一、二如下：

1. 數學是一種高度複雜性的符號語文（或系統），其實際上的功能在表達數量、空間、時間、形狀、距離和次序的關係，而其理論上的功能是促進思考能力（Brown, 1953）。
2. 數學不單是學校的一種學科，更是日常生活必備的技能。數學的技巧與能力應用在學業表現和日常生活上。數學能力是個體賴以獨立生活的必備條件之一（Doll, 1958）。
3. 數學是一種抽象的科學，是屬於研究「型（patterns）與關係」的學科，是一種思考方式、語文、藝術和工具（Reys, Suydam, & Lindquist, 1984）。
4. 數學是人類社會中最常用到的技能之一，從日常生活的數學行為：如使用金錢、時間、計數、烹飪，到較專業的數學知能：像資料分析、財務預算、計算所得稅、貿易買賣、設計建築結構等（Bigge, Best, & Heller, 2001）。
5. 數學符號是記錄與代表想法和概念的一種方法（Cegelka & Berdine, 1995）。
6. 數學是個體的邏輯探索、推測和推理，以及有效地使用系列的數學方法，用以解決非例行問題的能力。數學並非只是一系列的概念與技巧，更包含調查與推理、溝通以及理念等。此外，數學亦涵蓋個人自信的發展（NCTM, 2000）。
7. 數學是國際性符號語言，不管是日常生活、社會生活或是職業

生活，人類每天都生活在豐富的數量資訊中，並在進行數與量的思考、記錄與溝通（Lerner, 2003）。

學習數學的基本條件是邏輯數學能力（Piaget, 1965）和數、分數、概念守恒現象（conservation）等基本知識或概念以及數學語言（Copeland, 1984）。沒有這些基本條件、知識、概念和數學語言，學生就只能機械式的使用符號和運算技巧，而無法解決實際的問題。人類思考能力的發展過程首先來自個體與環境中具體物體的接觸操作，然後依序是心智知覺、名稱命名和數字符號（McSwain & Cooke, 1958）。而數學的語言包括內在、接受性和表達性三種層面的語言，學生首先同化與統整非語文經驗，然後結合數目符號和非語文經驗，最後以數學語文表達其數量、空間和次序等思想。學生在數學語文的任何層面上，或在非語文經驗的統整，數學符號與非語文經驗的聯合，或以數學語文表達概念與關係的任何過程上發生困難或問題，均可能造成數學學習障礙的現象。其中，運算困難（dyscalculia）是嚴重的數學障礙之一，係指個體因中樞神經功能失常，而在學習及使用數學概念和計算上產生的嚴重障礙（Rourke & Conway, 1997; Lerner, 2003）。

二、數學學習障礙

數學學習障礙學生係指智力正常，沒有智能不足、視覺、聽覺、動作與情緒障礙和文化不利等因素，但在學習和運用數學概念、數量及符號上有困難，並有明顯的計算、推理和問題解決等能力不足，而導致顯著的數學低成就者（Blalock, 1977; Lerner, 2003; Russell & Ginsburg, 1984；周台傑，民 81）。

根據我國「身心障礙及資賦優異學生鑑定標準」（教育部，民 91）第三條第二項第八款所稱學習障礙，指統稱因神經心理功能異常而顯現出注意、記憶、理解、推理、表達、知覺或知覺動作協調等能力有顯著問題，以致在聽、說、讀、寫、算等學習上有顯著困難者；