

# 第 1 章

# 結構方程模式的基本

# 概念

S tructural  
E quation  
M odeling

結構方程模式一詞與「LISREL」統計應用軟體密不可分，「LISREL」是線性結構關係（Linear Structural Relationships）的縮寫，就技術層面而言，「LISREL」是由統計學者 Karl G. Joreskog 與 Dag Sörbom 二人結合矩陣模式的分析技巧，用以處理共變數結構分析的一套電腦程式。由於這個程式與共變數結構模型（covariance structure models）十分近似，所以之後學者便將共變數結構模型稱之為 LISREL 模型。共變數結構模型使用非常廣泛，包括經濟、行銷、心理及社會學，它們被應用於在探討問卷調查或實驗性的資料，包括橫向式的研究及縱貫式的研究設計。共變數結構分析是一種多變量統計技巧，在許多變量統計的書籍中，均納入結構方程模型的理論與實務於其書中。此種共變數結構分析結合了（驗證性）因素分析與經濟計量模式的技巧，用於分析潛在變項（latent variables）（無法觀察變項或理論變項）間的假設關係，上述潛在變項可被顯性指標（manifest indicators）（觀察指標或實證指標）所測量。一個完整的共變數結構模型包含二個次模型：測量模型（measurement model）與結構模型（structural model），測量模型描述的是潛在變項如何被相對應的顯性指標所測量或概念化（operationalized）；而結構模型指的是潛在變項之間的關係，及模型中其他變項無法解釋的變異量部分。共變數結構分析本質上是一種驗證式的模型分析，它試圖利用研究者所搜集的實證資料來確認假設的潛在變項間的關係，與潛在變項與顯性指標的一致性程度，此種驗證或考驗就是在比較研究者所提的假設模型隱含的共變數矩陣與實際搜集資料導出的共變數矩陣之間的差異。此種分析的型態是利用到共變數矩陣來進行模型的統合分析，而非使用輸入之個別的觀察值進行獨立式的分析，共變數結構模型是一種漸進式的方法學，與其他推論統計有很大的差別（Diamantopoulos & Siguaw, 2000）。由於 LISREL 能夠同時處理顯性指標（觀察變項）與潛在變項的問題，進行個別參數的估計、顯著性檢定與整體假設模型契合度的考驗，加上其視窗版人性化操作界面，使得其應用普及率愈來愈高，LISREL 一詞逐漸與結構方程模式劃上等號。

結構方程模式（structural equation modeling；簡稱 SEM），有學者也把它稱為「潛在變項模式」（latent variable models；簡稱 LVM）（Moustaki et al., 2004）。結構方程模式早期稱為「線性結構關係模式」（linear structural relationship model）、「共變數結構分析」（covariance structure analysis）、「潛在變數分析」（latent variable analysis）、「驗證性因素分析」（confirmatory factor analysis）、「簡單的 LISREL 分析」（Hair et al., 1998）。通常結構方程模式被歸類於高等統計學範疇中，

## 結構方程模式—SIMPLIS 的應用

屬於「多變量統計」（multivariate statistics）的一環，它整合了「因素分析」（factor analysis）與「路徑分析」（path analysis）二種統計方法，同時檢定模式中包含了顯性變項、潛在變項、干擾或誤差變項（disturbance variables/error variables）間的關係，進而獲得自變項對依變項影響的直接效果（direct effects）、間接效果（indirect effects）或總效果（total effects）。

### 1.1 結構方程模式的特性

SEM 或 LVM 是一個結構方程式的體系，其方程式中包含隨機變項（random variables）、結構參數（structural parameters）、以及有時亦包含非隨機變項（non-random variables）。隨機變項包含三種類型：觀察變項（observed variables）、潛在變項（latent variables）、以及干擾／誤差變項（disturbance/error variables），因而學者 Bollen 與 Long (1993) 明確指出：「SEM 是經濟計量、社會計量與心理計量被發展過程的合成物」，其二者認為：SEM 大受吸引的關鍵來自於它們本身的普及性，就像在經濟計量中，SEM 可允許同時考量到許多內衍變項（endogenous variables）的方程式，不像大多數的經濟計量方法，SEM 也允許外衍變項（exogenous variables）與內衍變項之測量誤差或殘差項的存在。就如在心理計量以及相關性的社會計量中被發展出來的因素分析（factor analysis），SEM 允許多數潛在變項指標存在，並且可評估其信度與效度。除此之外，SEM 比傳統的因素分析結構給予更多普遍性的測量模式，並且能夠使研究者專一的規劃出潛在變項之間的關係（此關係在 SEM 分析中，稱為結構模式）（周子敬，民 95）。

傳統上，使用探索性因素分析可以求得測驗量表所包含的共同特質或抽象構念，但此種建立建構效度的因素分析有以下的限制：1. 測驗的個別項目只能被分配至一個共同因素，並只有一個因素負荷量因，如果一個測驗題項與二個或二個以上的因素構念間有關，因素分析就無法處理；2. 共同因素與共同因素之間的關係必須是全有（多因素斜交）或全無（多因素直交），即共同因素間不是完全沒有關係就是完全相關；3. 因素分析假定測驗題項與測驗題項之間的誤差是沒有相關的，但事實，在行為及社會科學領域中，許多測驗的題項與題項之間的誤差來源是相似的，也就是測驗題項間的誤差間具有共變關係。相對於以上因素分析的這些問題，採用結構方程模式就具有以下優點（黃芳銘，民 93）：

1. 可檢定個別測驗題項的測量誤差，並且將測量誤差從題項的變異量中抽離出來，使得因素負荷量具有較高的精確度。
2. 研究者可根據相關理論文獻或經驗法則，預先決定個別測驗題項是屬於哪個共同因素，或置於哪幾個共同因素中，亦即，在測驗量表中的每個題項可以同時分屬於不同的共同因素，並可設定一個固定的因素負荷量，或將數個題項的因素負荷量設定為相等。
3. 可根據相關理論文獻或經驗法則，設定某些共同因素之間是具有相關，還是不具有相關存在，甚至於將這些共同因素間的相關設定相等的關係。
4. 可對整體共同因素的模式進行統計上的評估，以瞭解理論所建構的共同因素模式與研究者實際取樣蒐集的資料間是否契合，即可以進行整個假設模式適配度的考驗。故結構方程模式可說是一種「理論模式檢定」（theory-testing）的統計方法。

結構方程模式有時也以「共變結構分析」（covariance structure analysis）或「共變結構模式」（covariance structure modeling）等名詞出現，不論是使用何種名詞，結構方程模式具有以下幾個特性（邱皓政，民 94）：

### ■ SEM 具有理論先驗性

SEM 分析的一個特性，是其假設因果模式必須建立在一定的理論上，因而 SEM 是一種用以檢證某一理論模式或假設模式適切性與否的統計技術，所以 SEM 被視為一種「驗證性」（confirmatory）而非「探索性」（exploratory）的統計方法。

### ■ SEM 可同時處理測量與分析問題

相對於傳統的統計方法，SEM 是種可以將「測量」（measurement）與「分析」（analysis）整合為一的計量研究技術，它可以同時估計模式中的測量指標、潛在變項，不僅可以估計測量過程中指標變項的測量誤差，也可以評估測量的信度與效度。SEM 模型的分析又稱潛在變項模式，在社會科學領域中主要在分析觀察變項（observed variables）間彼此的複雜關係，潛在變項是個無法直接測量的構念，如智力、動機、信念、滿足與壓力等，這些無法觀察到的構念可以藉由一組觀察變項（或稱指標）來加以測量，方法學中的測量指標包括間斷、連續及類

## 結構方程模式—SIMPLIS 的應用

別指標，因素分析模型就是一種具連續量尺指標之潛在變項模式的特殊案例（Moustaki et al., 2004）。

### ■ SEM 關注於共變數的運用

SEM 分析的核心概念是變項的「共變數」（covariance）。在 SEM 分析中，共變數二種功能：一是利用變項間的共變數矩陣，觀察出多個連續變項間的關聯情形，此為 SEM 的描述性功能；二是可以反應出理論模式所導出的共變數與實際搜集資料的共變數間的差異，此為驗證性功能。

所謂共變數（covariance）就是二個變項間的線性關係，如果變項間有正向的線性關聯，則其共變數為正數；相反的，若是變項間的線性關聯為反向關係，則其共變數為負數。如果二個變項間不具線性關係（linear relationship），則二者間的共變數為 0，共變數的數值介於  $-\infty$  至  $+\infty$  之間。共變數的定義如下：

$$\text{母群體資料 : } \text{COV}(X, Y) = \sum (X_i - \mu_X)(Y_i - \mu_Y) \div N$$

$$\text{樣本資料 : } \text{COV}(X, Y) = \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \div (N - 1)$$

在 SEM 模型分析中，樣本的變異數共變數矩陣（variance-covariance matrix）簡稱為共變數矩陣（covariance matrix）。共變數矩陣中對角線為變異數，此數值即變項與它自己間的共變數，對角線外的數值為共變數矩陣，如觀察資料獲得的 S 矩陣中，有二個變項 X 與 Y，則其樣本共變數矩陣如下：

$$S = \begin{pmatrix} \text{COV}(X, X) & \text{COV}(Y, X) \\ \text{COV}(X, Y) & \text{COV}(Y, Y) \end{pmatrix}$$

由於  $\text{COV}(X, X) = \text{VAR}(X)$ ； $\text{COV}(Y, Y) = \text{VAR}(Y)$ ； $\text{COV}(X, Y) = \text{COV}(Y, X)$ ，所以上述樣本共變數矩陣也可以以下列表示：

$$S = \begin{pmatrix} \text{VAR}(X) & \\ \text{COV}(X, Y) & \text{VAR}(Y) \end{pmatrix}$$

而二個變項的共變數是二個變項之交乘積除以樣本數減一，其定義公式改為變項間交叉乘積（CP），其公式如下：

$$\text{COV}(X, Y) = \sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) / (N - 1) = CP_{xy} / (N - 1)$$

在 LISREL 模式估計中，會用到母群體或樣本的共變數矩陣，所以變項間的共變數矩陣，在 SEM 模型的分析中是非常重要的資料。共變數與積差相關係數有以下關係存在：二個變項的共變數等於二個變項間的相關係數乘以二個變項的標準差，因而從變項的標準差與相關係數，可以求出二個變項間的共變數。在 SEM 模型的分析中，研究者可以直接鍵入觀察變項間的共變數矩陣，也可以輸入觀察變項間的相關係數矩陣，並陳列變項的標準差，此外，也可以以原始資料作為分析的資料檔，若是鍵入原始資料檔或相關係數矩陣，LISREL 會求出變項間的共變數矩陣，再加以估計。

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \Sigma(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})/(N - 1)S_x S_y \\ &= CP_{xy}/(N - 1)S_x S_y = [CP_{xy} \div (N - 1)]/S_x S_y = COV(X, Y)/S_x S_y \\ COV(X, Y) &= r_{xy} S_x S_y \end{aligned}$$

正由於二個變項間的共變數與相關係數呈現正向關係，因而 SEM 模型分析中，若是設定二個測量指標變項誤差間有共變關係，即是將這二個測量誤差值設定為有相關。如果二個變項均為標準化（如 z 分數，平均數為 0、標準差等於 1），此時 X 變項與 Y 變項的共變數就等於二者的積差相關係數，其為二個變項的標準差均為 1：

$COV(\text{標準化 } X, \text{標準化 } Y) = COV(X, Y)/S_x S_y = r_{xy}$ ， $r_{xy}$  類似二個變項間的相關係數，其值介於 -1 至 +1 之間。

## SEM 適用於大樣本的統計分析

與其他統計技術一樣，SEM 必適用於大樣本的分析，取樣樣本數愈多，則 SEM 統計分析的穩定性與各種指標的適用性也較佳。一般而言，大於 200 以上的樣本，才可以稱得上是一個中型的樣本，若要追求穩定的 SEM 分析結果，受試樣本數最好在 200 以上。

在 SEM 分析中，到底要取樣多少位樣本最為適當？對於此一論點，有些學者採用相關統計的「首要規則」（rules of thumb），亦即，每一個觀察變項至少要十個樣本，或二十個樣本，對 SEM 分析而言，樣本數愈大愈好，這與一般推論統計的原理相同，但是在 SEM 適配度考驗中的絕對適配度指數  $\chi^2$  值受到樣本數的影響很大，當研究者使用愈多的受試樣本時， $\chi^2$  容易達到顯著水準 ( $p <$ )。

## 結構方程模式—SIMPLIS 的應用

05），表示模式被拒絕的機會也擴增，假設模式與實際資料愈不契合的機會愈大。因而，要在樣本數與整體模式適配度上取得平衡是相當不容易的，學者 Schumacker 與 Lomax (1996) 的觀點或許可作為研究者參考，其二人研究發現，大部分的SEM研究，其樣本數多介於200至500之間，在行為及社會科學研究領域中，當然某些研究取樣的樣本數會少於200或多於500，此時採用學者 Bentler 與 Chou (1987) 的建議也是研究者可採納的，其二人認為研究的變項符合常態或橢圓的分配情形，每個觀察變項5個樣本就足夠了，如果是其他的分配，則每個變項最好有10個樣本以上（黃芳銘，民93）。在完整的結構方程模式分析中，若是有15個觀察變項或測量指標，則研究樣本數應有75位，較佳的研究樣本數應有150位以上。Kling (1998) 研究發現，在 SEM 模型分析中，若是樣本數低於100，則參數估計結果是不可靠的。Rigdon (2005) 認為SEM模型分析，樣本數至少應在150位以上，若是樣本數在150位以下，模型估計是不穩定，除非變項間變異共變數矩陣係數非常理想，其認為觀察變項數若是超過10個以上，而樣本大小低於200時，代表模型參數估計是不穩定的，且模式的統計考驗力（power）會很低。

學者 Baldwin (1989) 研究指出在下列四種情境下，從事 SEM 模型分析，需要大樣本：模型中使用較多的測量或觀察變項時、模型複雜有更多的參數需要被估計時、估計方法需符合更多參數估計理論時（如採用非對稱自由分配法—ADF 法）時、研究者想要進一步執行模式敘列搜索時，此時的樣本數最好在 200 以上。Lomax (1989, p.189) 與 Loehlin (1992) 認為在 SEM 模型分析中，樣本數如未達 200 以上，最少也應有 100 位。Mueller (1997) 認為單純的 SEM 分析，其樣本大小標準至少在 100 以上，200 以上更佳，如果從模型觀察變項數來分析樣本人數，則樣本數與觀察變項數的比例至少為 10:1 至 15:1 間 (Thompson, 2000) 。

### ■ SEM 包含了許多不同的統計技術

在 SEM 分析中，雖然是以變項的共變關係為主要核心內容，但由於 SEM 模式往往牽涉到大量變項的分析，因此常借用一般線性模式分析技術來整合模式中的變項，許多學者常將 SEM 也納入多變量分析之中。SEM 是一種呈現客觀狀態的數學模式，主要用來檢定有關觀察變項與潛在變項之間的假設關係，它融合了因素分析 (factor analysis) 與路徑分析 (path analysis) 兩種統計技術。Bollen 與

Long (1993) 指出：SEM 可允許同時考慮許多內衍變項、外衍變項與內衍變項的測量誤差，及潛在變項的指標變項，可評估變項的信度、效度與誤差值，整體模型的干擾因素等（周子敬，民 95）。

## ■ SEM 重視多重統計指標的運用

SEM 所處理的是整體模式契合度的程度，關注的整體模式的比較，因而模式參考的指標是多元的，研究者必須參考多種不同指標，才能對模式的適配度作一整體的判別，對於個別估計參數顯著性與否並不是 SEM 分析的重點。在整體模式適配度的考驗上，就是要檢定母群體的共變數矩陣（ $\Sigma$  矩陣），與假設模型代表的函數，即假設模型隱含的變項間的共變數矩陣（ $\Sigma(\theta)$  矩陣），二者間的差異程度，其虛無假設為： $\Sigma$  矩陣 =  $\Sigma(\theta)$  矩陣。然而在實際情境中，我們無法得知母群體的變異數與共變數，或根據母群導出的參數（ $\theta$ ），因而只能依據樣本資料導出的參數估計值（ $\hat{\theta}$ ）代替母群導出的參數（ $\theta$ ），根據樣本適配假設模式導出的變異數與共變數矩陣為  $\hat{\Sigma} = \Sigma(\hat{\theta})$ ， $\hat{\Sigma}$  矩陣為假設模型隱含的共變數矩陣，而實際樣本資料導出的共變數矩陣為 S 矩陣（代替母群體的  $\Sigma$  矩陣）。LISREL 模式適配度的檢定即在考驗樣本資料的 S 矩陣與假設模型隱含的共變數矩陣  $\hat{\Sigma}$  矩陣之間的差異，完美的適配狀態是 S 矩陣 -  $\hat{\Sigma}$  矩陣的差異值為 0，二者差異的數值愈小，模式適配情形愈佳，二個矩陣元素的差異值即為「殘差矩陣」（residual matrix），殘差矩陣元素均為 0，表示假設模型與觀察資料間達到完美的契合，此種情境，在行為及社會科學領域中達成的機率值很低（Diamantopoulos & Siguaw, 2000）。

近年來 SEM 所以受到許多研究者的青睞，主要有三個原因（Kelloway, 1996；Kelloway, 1998；周子敬，民 95）：

1. 行為及社會科學領域感興趣的是測量及測量方法，並以測量所得數據來代替構面（construct）。SEM 模式之中的一種型態是直接反應研究者所選擇構面的測量指標的有效性如何。SEM 採用的驗證性因素分析（confirmatory factor analysis；CFA 法），比起較為傳統分析之探索性因素分析（exploratory factor analysis；EFA 法）來顯得更有意義、周詳。EFA 法多數由直覺及非正式法則所引導，SEM 模式中的因素分析則奠基於傳統的假設檢定上，其中也考量因素分析模式的整體品質，以及構成模式的特別參數（如因素負荷

## 結構方程模式—SIMPLIS 的應用

量）。SEM 方法中最常用到的是一種方式是執行驗證性因素分析來評估因素構念與其指標變項間的密切關係程度。

2. 除了測量問題之外，行為及社會科學領域學者主要關注的是「預測」的問題。隨著時代進步，行為及社會科學領域中所發生的事物越來越複雜，相對地預測模式也會越演變為更複雜些。使得傳統的複迴歸統計無法周延解釋這複雜的實體世界，而 SEM 允許精緻確認及檢測複雜的路徑模式，可以同時進行多個變項的關係探討、預測及進行變項間因果模式的路徑分析。
3. SEM 可同時考量測量及預測獨特的分析，特別稱為「潛在變項模式」(latent variable models)，這種 SEM 分析型態提供一種彈性及有效度的方法，可以同時評估測量品質及檢測構念（潛在變項）間的預測關係，亦即 SEM 可同時處理傳統 CFA 及路徑分析的問題，這種 SEM 的分析型態允許研究者對於他們所探討的主題中，能比較可信地將理論架構反映其真實世界，因而 SEM 可以說是一種「統計的改革」(statistical revolution) (Cliff 1983)。

結構方程模型中有二個基本的模式：一為測量模式 (measured model) 與結構模式 (structural model)。測量模式由潛在變項 (latent variable) 與觀察變項 (observed variable；又稱測量變項) 組成，就數學定義而言，測量模式是一組觀察變項的線性函數，觀察變項有時又稱為潛在變項的外顯變項 (manifest variables 或稱顯性變項) 或測量指標 (measured indicators) 或指標變項。所謂觀察變項是量表或問卷等測量工具所得的數據、潛在變數是觀察變數間所形成的特質或抽象概念，此特質或抽象概念無法直接測量，而要由觀察變項測得的數據資料反映而得，在 SEM 模式中，觀察變項通常以長方形符號表示，而潛在變項 (latent variables) 又稱「無法觀察變項」(unobserved variables) 通常以橢圓形符號表示。

在行為社會科學領域中，有許多假設構念 (hypothetical construct) 是無法直接被測量或觀察得到的，這些假設構念如焦慮、態度、動機、工作壓力、滿意度、投入感、角色衝突等，此種假設構念只是一種特質或抽象的概念，無法直接得知，要得知當事者在這些構念上的實際情況，只能間接以量表或觀察等實際的指標變來反映該構念特質，這就好像一個人的個性與外表行為一樣，一個人的個性如何，我們無法得知，因為它是一個抽象的構念，但我們可以藉由此人的外表行為表現，作為其個性判斷的指標，外表行為的特徵很多，綜合這些外表行為的

特徵，可以瞭解一個人的個性如何。上述個性就是一個假設構念，也就是「潛在變項」，而外表具體行為表現就是個性潛在變項的指標變項（或稱顯著變項、或稱觀察變項）。若是外表行為表現的指標愈多，則對一個人的個性判斷的正確性會愈高，可信度會愈佳。

潛在變項模式隱含的主要概念是潛在變項可以解釋指標變項依變項間多少的變異量，潛在變項的個數需要少於指標變項的數目，在應用上，需要增列共變的變項或解釋變項，以將潛在變項與其指標變項聯結在一起，一個關注的焦點是從模型中確認潛在變項，並探討解釋變項的測量效果，指標變項被潛在變項解釋的變異程度，可以反映出指標變項的有效性。一個潛在變項模式包含二個部分，一為潛在變項與一組觀察指標之共變效果，這種直接效果稱為「測量模式」（measurement model）、二為潛在變項間或一組觀察變項與潛在變項間的聯結關係，稱為「結構模式」，結構模式中變項間的影響效果可以為直接或間接，在結構模式中，研究者可能會關注一組潛在變項之共變效果或不同指標的共變效果（Moustaki, et al., 2004）。

## 1.2 測量模式

在 SEM 分析的模式中，一個潛在變項必須以兩個以上的觀察變項來估計，稱為多元指標原則，不同觀察變項間的共變數，反應了潛在變項的共同影響。觀察變項由於受到特定潛在變項的影響，使得觀察變項分數呈現高低的變化，通常每個觀察變項多少會有不同程度的測量誤差或殘差（觀察變項的變異量中，無法被共同潛在變項解釋的部分），或是反應某種抽象的概念意涵。一個 SEM 分析模式中，觀察變項一定存在，但潛在變項不可能單獨存在，因為在研究過程中，潛在變項並不是真實存在的變項，而是由觀察變項所測量估計出來的（邱皓政，民 94）。

在一份學校效能量表中，各題項所測量的數據為觀察變項，各題項所抽取的共同因素或概念，可稱為潛在變項，如學校氣氛、工作滿足、行政績效等構念均無法直接觀察或測量得到，只有經由受試者在學校效能知覺感受問卷所測得的數據代替，若是題項加總後的得分愈高，表示學校氣氛愈佳，或工作滿足感愈高，或行政績效愈好。因而潛在變項必須透過其外顯的測量指標測得，由於測量會有