

# 第 1 章

## 緒 論

- 1.1 測量的基本概念和術語
- 1.2 測量誤差的基本概念與意義
- 1.3 測量結果的精度
- 1.4 有效數字與數據運算

習題

人類為了認識世界與改造世界，需要不斷地對自然界的各種現象進行測量與研究。而測量是科學技術、生產及貿易、工程研究以至於生活的各個領域中不可缺少的一項工作。測量之目的是確定被測量的值，然而由於測量條件的不理想，如測量設備和測量方法的不完善、測量環境的影響以及測量人員能力的限制等因素，測量總是存在著誤差，而正確地處理測量數據，並且合理地評估測量誤差是提高測量結果的重要基礎。

## 1.1 測量的基本概念和術語

### 1.1.1 測量的基本定義

廣義而言，測量就是用實驗手段對客觀事物獲取定量訊息的過程。亦即測量就是將被測量與同類標準量進行比較，確定被測量之值的一種過程。也就是借助於儀器設備、用某一計量單位的標準量將被測量的大小加以定量表示。由於確定被測量是計量單位的多少倍，因此測量的必要條件是被測量、標準量及操作者三者。而測量結果應該是一組數據和單位，必要時還要給出測量所用的量具或儀器、測量方法和測量條件等。

例如測量一個鋼球的直徑，使用的量具為螺旋測微計，測量環境溫度為 21℃，使用的標準量為毫米（mm），如果測量結果是 1mm

的 26.274 倍，則該鋼球直徑的測得值就是 26.274mm。

### 1.1.2 測量方法的分類

測量方法的分類很多，此處僅介紹按照測量目的、測得值獲得的途徑和測量的條件加以分類。

#### 1. 測量目的分類

按測量目的一般可以分為定值測量與參數檢驗。

(1)定值測量：按一定不確定度給出被測參數實際值的測量。

定值測量之目的是確定被測量的測得值為多少，通常需要預先限定允許的測量誤差，如企業之煤、水、電及油的消耗測量等等。

(2)參數檢驗：以技術標準、規範或檢定規程為依據，判斷參數是否合格的測量。

參數檢驗之目的是判斷被檢參數合格與否，通常需要預先限定參數允許變化的範圍如公差等，成品檢驗及流程過程監控就屬於此類測量。

#### 2. 測得值獲得的途徑分類

按測得值獲得的途徑分類，一般分為直接測量、間接測量與組合測量。

(1)直接測量：無需對被測量與其它量的測得值進行函數關係的輔助運算，直接得到被測量之測得值。這種測量可以從測量器具中直接獲得被測量的測得值，無需進行計算或轉換。例

如使用卷尺測量桌子的長度、電流表測量線路的電流值、溫度計測量室內溫度、用接觸式干涉儀檢定塊規等等都屬於此類測量。直接測量按測量條件不同又可分等精度直接測量和不等精度直接測量兩種。

- (2)間接測量：根據直接測量法的測得值與被測量之間的函數關係，利用計算得到被測量之測得值。間接測量是利用計算得到被測量的測得值，實際測量只是它的中間過程。例如利用布氏硬度計測量材料的硬度值（*HBS*），一般情況 *HBS* 是無法測出的，此時可以根據公式計算，間接得出材料的硬度值。

$$HBS = \frac{0.102 \times 2F}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (1-1)$$

其中：*F* 表示試驗力；*d* 表示壓痕直徑；*D* 表示鋼球直徑。

- (3)組合測量：首先使用直接測量或間接測量法測得一些被測量的值，將這些測得值與相對應的被測量按照一定的方式進行組合，列出一組方程式，然後通過解方程組得到被測量之測得值。

組合測量是由多個函數公式構成方程組，利用計算得到被測量的值，此種測量可以在不提高計量器具的準確度情況下，提高被測量物的準確度，是間接測量的延伸。例如欲求線段 *x* 和 *y* 之數值，首先分別對 *x-y* 和 *x+y* 進行直接測量，得到測得值分別為 *l*<sub>1</sub> 和 *l*<sub>2</sub>，可以得測量方程組為

$$\begin{cases} x - y = l_1 \\ x + y = l_2 \end{cases} \quad (1-2)$$

然後，利用數學方法求出  $x$  與  $y$  的值，就是一種典型的組合測量。

### 3. 測量條件分類

測量條件分為等精度測量與不等精度測量兩種。

(1)等精度測量：為了減小測量誤差，往往對同一被測量進行多次重複的測量，如果每次的測量條件（同一觀察者、同一套儀器、同一種實驗原理或方法及同樣的測量環境等）相同，則稱為等精度測量。由於每次測量的條件相同，沒有任何根據可以判斷某次測量一定比另一次測量更加準確，因此每次測量的可靠程度只能認為是相同的，也就是具有等同精度的測量。

(2)不等精度測量：進行多次重複的測量時，只要有一個測量條件發生變化，如果更換測量所用的量具或改變測量方法，則稱為不等精度測量。對這種測量需要引入測量「權（weighting）」的概念，「權」是用來衡量各單次或局部測量結果可靠性的一種指標，測量的權越大，說明該次測得值的可靠性越大，它在最後測量結果中所占的比重也就越大。

在實際測量中常用的測量主要是定值測量、間接測量和等精度測量。如果無法使用直接測量時可以考慮使用間接測量。而當測量精度要求比較高時，可以考慮使用不等精度測量。

## 1.2 測量誤差的基本概念與意義

### 1.2.1 測量誤差的含義與表示

每個測得值都有一定的近似性，它們與真值之間總會有或多或少的差異，這種差異在數值上的表示稱為測量誤差，簡稱為誤差（error），而測量誤差的公式為

$$\text{誤差} = \text{測得值} - \text{真值} \quad (1-3)$$

誤差自始至終均存在於一切科學實驗和測量過程之中，一切測得值都存在著不同程度的誤差，通常稱為誤差公理。目前常用的誤差表示方法有絕對誤差、相對誤差和引用誤差三種。

#### 1. 絕對誤差

絕對誤差的數學式為

$$\delta_x = x - x_0 \quad (1-4)$$

其中： $\delta_x$  表示誤差； $x$  表示測得值； $x_0$  表示真值。

絕對誤差並不是誤差的絕對值，數值可正可負，具有與被測量相同的單位，它表示了測得值偏離真值的程度，由於真值一般是得不到的，因此絕對誤差很難計算。

在實際的測量工作中，一般可以用多次測量的算術平均值來代替真值，測得值與算術平均值之差稱為偏差，又稱殘餘誤差，簡稱為殘差，使用  $v_x$  表示，亦即

$$v_x = x - \bar{x} \quad (1-5)$$

其中： $v_x$  表示殘差； $x$  表示測得值； $\bar{x}$  表示算術平均值。

## 2. 相對誤差

相對誤差是絕對誤差與被測量真值之比，相對誤差為無單位的數，使用百分數表示

$$E = \left| \frac{\delta_x}{x_0} \right| \times 100\% \quad (1-6)$$

其中： $E$  表示相對誤差； $x_0$  表示真值。

由於真值在絕大多數情況下不能確定，實際上常用約定真值來代替。

## 3. 引用誤差

測量儀器的誤差除以儀器的特定值稱引用誤差

$$r_a = \frac{\Delta}{B} \times 100\% \quad (1-7)$$

其中： $r_a$  表示測量儀器的引用誤差； $\Delta$  表示測量儀器的誤差，一般指的是測量儀器的示值誤差； $B$  表示測量儀器的特定值，一般又稱為引用值，通常是測量儀器的量程。

引用誤差是一種簡化和實用方便的儀器儀表的示值相對誤差，可以使用於描述某些測量儀器的準確度高低，例如電工儀表的準確度等級是根據引用誤差而劃分的，劃分時將測量儀器的最大引用誤差絕對值的百分號去掉，再將剩餘位數與規定的儀器儀表等級進行比較，以確定其屬於哪一個等級的儀器儀表。此外，利用引用誤差亦可以判別測量儀器是否合格。

**例1-1** 量程 5 安培的電流表，檢定時得到全量程內的最大示值誤差為 0.005A，試確定該電流表的準確度等級。

**解**：根據檢定規程，電流表、電壓表等電工儀表準確度級別分別有 0.05，0.1，0.2，0.3，0.5，1.0，1.5，2.0，2.5，3.0，10 及 20 共 12 個等級。

因為最大示值誤差  $\Delta = 0.005\text{A}$ ，量程  $B = 5\text{A}$ ，根據 (1-7) 式，可以得到

$$r_a = \frac{\Delta}{B} \times 100\% = \frac{0.005}{5} \times 100\% = 0.1\%$$

因此該電流表的準確度等級為 0.1 級。

## 1.2.2 測量誤差的分類

測量誤差按其特性可分為系統誤差、隨機誤差和粗大誤差三類。

## 1. 系統誤差

在相同的測量條件下，對某被測量進行一系列的重複測量，如果誤差出現的符號和大小均相同，或按一定的規律變化，這種誤差稱為系統誤差。測量過程中往往存在著系統誤差，在某些情況下系統誤差的數值還比較大。

系統誤差在數值上等於總的誤差剔除粗大誤差並減去隨機誤差後的結果。例如一標準砝碼的實際值比其標稱值大 0.2mg，一般認為在正常條件下，這個誤差在某一時間段內是不變的，在這個時間段內，該砝碼每用一次時，被測量都存在 0.2mg 的誤差。又如金屬線紋尺在偏離標準溫度使用時所產生的誤差為

$$\Delta_1 = L_0 \alpha \Delta t \quad (1-8)$$

其中： $L_0$  表示標準值； $\alpha$  表示線膨脹係數； $\Delta_1$  是溫度變化  $\Delta t$  的函數，為系統誤差。再例如經緯儀水平度盤的偏心所引起的讀數誤差為

$$\Delta_2 = e \sin \theta \quad (1-9)$$

其中： $e$  表示度盤偏心量； $\Delta_2$  是角度  $\theta$  的函數，也為一個系統誤差。

## 2. 隨機誤差

在相同的測量條件下，對某量進行一系列的重複測量時，如果誤差的符號和大小都不一致，表面上沒有任何規律性，但就誤

差的總體而言，卻具有統計規律性，這種誤差稱為隨機誤差。如儀器儀表中傳動部件的間隙和摩擦、連接件的彈性變形等引起的誤差即為隨機誤差。當系統誤差已修正或消除後，決定測量精度的主要因素就是隨機誤差。

隨機誤差在測量過程中也是不可避免的，來自於許多難以控制的不確定的隨機因素。這些隨機因素有空氣的流動、溫度的起伏、電壓的波動、微小振動、電磁場的干擾、實驗者感覺器官的分辨能力、靈敏程度和儀器的穩定性等，一般利用增加測量次數可以減小隨機誤差的影響程度。

假設系統誤差已經修正，並且被測量本身又是穩定的，在相同條件下對同一被測量進行大量重複的測量，可以發現絕大多數的隨機誤差會服從一定的統計規律，如常見的高斯分佈（常態分佈），分佈曲線如圖 1-1 所示，而分佈密度為

$$f(\delta_x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_x}{\sigma}\right)^2} \quad (1-10)$$

其中： $\sigma$  表示標準差； $\delta_x$  表示誤差。

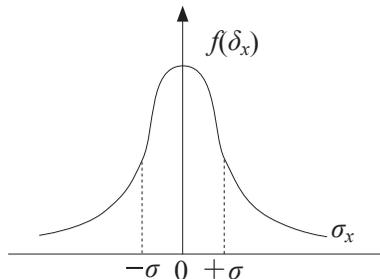


圖1-1 · 常態分佈曲線