第一章 基本概念

1-1　流體之定義及種類

一、流體（fluid）之定義及特性

（一）流體與固體之定義：

1. 流體為受剪應力作用下會產生連續且永久變形之物質，亦可定義流體為無法在靜止狀態下承受任何剪應力之物質。
2. 固體為受剪應力作用下且在彈性限內時，應力與應變呈線性關係，而當應力去除後即回復至初始狀態之物質。

（二）液體和氣體（或者蒸汽）是流體能呈現的形式或相，而流體之例子如蜂蜜、牙膏、美乃滋等皆是。

（三）流體流動所產生之現象稱為流場（flow）。流體是一種物質，而流場是一種現象。例如空氣為流體，風為流場。

（四）流體由於黏性效應，在流經固體表面處會黏在固體之邊界上，形成一層很薄的邊界層，此時流體與固體表面之間沒有滑動（相對速度）之現象，稱為無滑移（no slip）邊界條件。

（五）若流體之流動僅沿某一特定方向且分布保持定值，則此流動即為均勻流（uniform flow）。

（六）流體受剪應力之作用下，其剪應力與速度梯度（剪應變率）成正比之關係，以數學式表示：

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

上式即稱為牛頓黏性定律（newton's viscosity law）。

其中 μ：絕對黏滯係數（absolute viscosity）
或流體黏滯係數（viscosity）
或動力黏滯係數（dynamic viscosity）

u：流體流動方向之速度。

y：垂直流動方向之長度。

$\frac{du}{dy}$：速度梯度（水平速度 u 在垂直 y 方向上之變化）或剪應變率（tate of shear strain）或角變形率（rate of angular deformation）

（七）流體在兩界面之間流動時，由於材料之間摩擦力的存在，使流體內部與流體和界面接觸處的流動速度發生差別，而產生一漸變的速度場，稱為速度梯度（velocity gradient）。

（八）流體所受之剪應力愈大，則速度梯度愈大，亦即流體愈容易流動。例如水在斜坡上因受重力而往下流動；當斜坡角度愈大，重力在斜坡方向上之分量愈大，則水所受之剪應力也愈大，因此表層之水流動也愈快。

二、流體之種類

（一）牛頓流體：

1. 若流體在某指定溫度和壓力下其黏滯性為定值時（即流體之剪應力與剪應變率呈線性關係），則稱此流體為牛頓流體（newtonian fluid），如圖 1-1 所示。
2. 牛頓流體之例子：水、空氣、海水與油等。
3. 牛頓流體以數學式表示：$\tau = \mu \dfrac{du}{dy}$。
4. 牛頓流體為沒有顆粒混合之單一流體，就血液而言，它是血細胞和血漿之混合物，因此它不是牛頓流體，但血漿可視為牛頓流體之範疇。

（二）非牛頓流體：

1. 若流體在某指定溫度和壓力下其黏滯性為非定值（即流體之剪應力與剪應變率呈非線性關係），而是速度梯度之函數，則稱此流體為非牛頓流體（non-newtonian fluid），如圖 1-1 所示。
2. 非牛頓流體之例子：血液、油漆等。
3. 非牛頓流體以數學式表示：$\tau = k\left(\dfrac{du}{dy}\right)^m$。

(1)若 $k = \mu$ 且 $m = 1$，則此為牛頓流體。故非牛頓流體可類比成牛頓流體，即 $\tau = \left[k\left(\dfrac{du}{dy}\right)^{m-1}\right]\dfrac{du}{dy} = \mu^* \dfrac{du}{dy}$，其中 $\mu^* = f\left(\dfrac{du}{dy}\right) \neq const.$。

(2)若 $m < 1$，則黏性隨剪應變率 $\left(\dfrac{du}{dy}\right)$ 增加而遞減，而流體將會變稀釋，故此種非牛頓流體稱為剪變薄性（shear thinning）流體或偽塑性（pseudoplastic）流體。例如許多膠質懸浮液及聚合體溶液，均屬於此類流體。

(3)若 $m > 1$，則黏性隨剪應變率 $\left(\dfrac{du}{dy}\right)$ 增加而遞增，而流體將會變黏稠，故此種非牛頓流體稱為剪變厚性（shear thickening）流體或

擴大性（dilatant）流體。例如水—玉蜀黍澱粉混合物及水—砂混合物（即流砂），均屬於此類流體。

（三）賓漢塑性流體：

1. 當流體之剪應力小於 τ_c（臨界剪應力）時，其剪應變率 $\left(\dfrac{du}{dy}\right)$ 為零，而流體之剪應力大於 τ_c 後，則具有牛頓流體之特質，而此種流體稱為賓漢塑性（bingham plastic）流體或簡稱賓漢流體，屬於非牛頓流體之一種，如圖 1-1 所示。
2. 賓漢流體之例子：黏土、紙漿、牙膏、美乃滋及污泥漿等。
3. 賓漢流體以數學式表示：$\tau = \tau_c + \mu \dfrac{du}{dy}$。

（四）理想流體：

當流場中之流體具有不可壓縮之特性，且其黏性作用力相較於其他作用力（如重力、慣性力）可忽略不計時，亦或黏性剪應力趨近於零時，可視為無黏性流體，則此流體稱為理想流體（ideal fluid），如圖 1-1 所示。

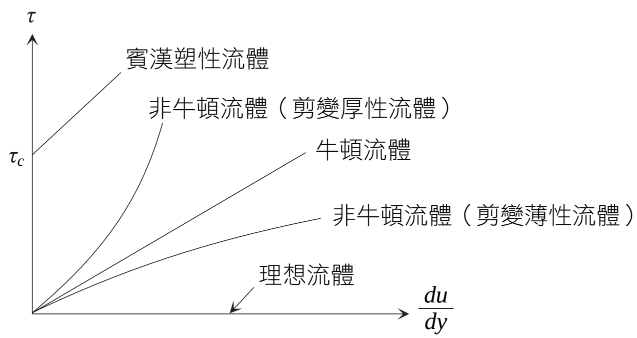


圖 1-1　牛頓、非牛頓、賓漢塑性及理想流體

【精選範例 1-1】

解釋下列名詞：

(1)流體與固體

(2)牛頓流體

(3)理想流體　　　　【84 年公務升官】

【解析】

(1)流體：為受剪應力作用下會產生連續且永久變形之物質，亦可定義流體為無法在靜止狀態下承受任何剪應力之物質。

固體：為受剪應力作用下且在彈性限內時，應力與應變呈線性關係，而當應力去除後即回復至初始狀態之物質。

(2)牛頓流體：若流體在某指定溫度和壓力下其黏滯性為定值時（即流體之剪應力與剪應變率呈線性關係），則稱此流體為牛頓流體。例如水、空氣、海水與油等。

(3)理想流體：當流場中之流體具有不可壓縮之特性，且其黏性作用力相較於其他作用力（如重力、慣性力）可忽略不計時，亦或黏性剪應力趨近於零時，可視為無黏性流體，則此流體稱為理想流體（ideal fluid）。

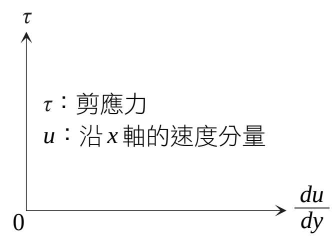
【精選範例 1-2】

如圖所示，以剪應變率（rate of shear strain）與剪應力（shear stress）分別為水平與垂直座標軸，繪畫下列各種物質，剪應力與剪應變率間的示意曲線：

(1)理想流體，

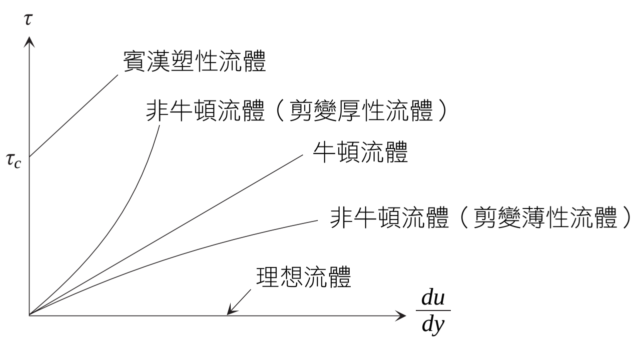
(2)牛頓流體，

(3)非牛頓流體。



【89 年專利三等】

【解析】



【精選範例 1-3】

用公式解釋下列名詞：理想流體（ideal fluid）。　【98 年造船技師】

【解析】

$\tau = \mu \dfrac{du}{dy} = 0$ 之流體稱為理想流體。

1-2　連體假設及其數學描述法

一、連體假設之觀念

由於工程上所關心之長度尺度往往遠大於流體分子移動之距離，故若利用微觀之分子觀點來研究流體現象，在解決工程上的問題時並不實際。因此可將流場中一個小區間範圍內所有之流體分子視為一個流體單元（fluid element），而此流體單元之尺度遠大於流體分子運動之尺度。即每一個流體單元裡面皆包含了無數個流體分子，而流體單元代表其中所有流體分子的集體行為與現象，此時流體單元的平均性質（譬如密度、濃度、速度等）便可以統計平均之方式求得，此種將流體所占據之空間視為連續且充滿著流體單元之巨觀方式，即稱為連體假設（continuum hypothesis）。

二、連體運動之數學描述法

（一）拉格蘭君描述法：

1. 把注意力集中在物質之各質點上，以觀測物理性質隨時間之變化量，此稱為拉格蘭君描述法（Lagrangian description）。
2. 此描述法之特性，須將量測元件安裝在被觀測質點上，並隨著它一起運動以測量其隨時間之物理性質變化，故所得之所有物理性質在此描述法下將僅為時間 t 之函數。即：

$$B = B(t)$$

其中 B 為某一物理性質，而 B 可為純量或向量。

故對任何物理性質 B 之微量變化（全微分）為 $dB = \dfrac{dB}{dt}dt$。

3. 在拉格蘭君描述法中，因觀測質點之位置隨時間而變，故位置（x, y, z）也是時間之函數，所以性質 B 僅為時間之函數。

4. 在固體力學中，一般都採用拉格蘭君描述法。

（二）歐拉描述法：

1. 把注意力集中且固定在空間中某一特定範圍內，以觀測物理性質隨位置及時間之變化量，此稱為歐拉描述法（Eulerian description）。

2. 此描述法之特性，須將量測元件安裝在空間中某一定點或範圍內，但它並不隨質點運動，以測量不同質點隨時間經過此一定點或範圍內之性質變化，故所得之所有物理性質在此描述法下將為位置 $\vec{r}$ 及時間 t 之函數。即：

$$B = B(\vec{r}, t)$$

故對任何物理性質 B 之微量變化（全微分）為：

$$dB = \frac{\partial B}{\partial x}dx + \frac{\partial B}{\partial y}dy + \frac{\partial B}{\partial z}dz + \frac{\partial B}{\partial t}dt$$

3. 在歐拉描述法中，因觀測位置與時間參數相互獨立，故性質 B 同時為位置與時間之函數。

4. 在流體力學中，一般都採用歐拉描述法。

（三）拉格蘭君與歐拉描述法之關係：

1. 對拉格蘭君描述法：

由於 $B = B(t)$，故 B 性質之微量變化為 $dB = \frac{dB}{dt}dt$。

對歐拉描述法：

由於 $B = B(x, y, x, t)$，故 B 性質之微量變化為：

$$dB = \frac{\partial B}{\partial x}dx + \frac{\partial B}{\partial y}dy + \frac{\partial B}{\partial z}dz + \frac{\partial B}{\partial t}dt$$

因為對同一物理問題取不同描述法所計算之結果應完全相同以符合此物理問題，故可得：

$$\frac{dB}{dt}dt = \frac{\partial B}{\partial x}dx + \frac{\partial B}{\partial y}dy + \frac{\partial B}{\partial z}dz + \frac{\partial B}{\partial t}dt$$

對上式兩邊同除以 dt，並將等號左邊（拉格蘭君描述法）之 $\frac{dB}{dt}$ 改為 $\frac{DB}{Dt}$ 以方便區別不同描述法，故得：

$$\frac{DB}{Dt}=\frac{\partial B}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial B}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial B}{\partial z}\frac{dz}{dt}+\frac{\partial B}{\partial t}=u\frac{\partial B}{\partial x}+v\frac{\partial B}{\partial y}+w\frac{\partial B}{\partial z}+\frac{\partial B}{\partial t}$$

其中 u、v、w 分別為 x、y、z 方向之速度分量，若以速度場向量（$\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}$）表示，則可得：

$$\frac{DB}{Dt}=(\vec{V}\cdot\nabla)B+\frac{\partial B}{\partial t}$$

其中 B 可為純量或向量

而數學之運算子（operator）$\nabla\equiv\vec{i}\frac{\partial}{\partial x}+\vec{j}\frac{\partial}{\partial y}+\vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$。

2. $\frac{DB}{Dt}=(\vec{V}\cdot\nabla)B+\frac{\partial B}{\partial t}$ 之各項物理意義：

(1) $\frac{D}{Dt}$：隨質導數（substantial derivative）或稱為物質導數（material derivative）。為跟隨著某質點所得到之性質變化率，例如 $\frac{D\vec{V}}{Dt}$ 表示跟隨某質點之速度變化率（即加速度）。

(2) $(\vec{V}\cdot\nabla)$：對流導數（convective derivative）。為質點運動所造成之變化率。

(3) $\frac{\partial}{\partial t}$：局部導數（local derivative）。為當位置保持不變時，僅觀測某性質隨時間之變化。若流場中流體之流速不隨時間而改變，即 $\frac{\partial V}{\partial t}=0$，則此稱為穩定流（steady flow）或稱為定常流、恆定流。

3. 計算溫度場 T 之變化率：令 $B=T$，則 $\frac{DT}{Dt}=(\vec{V}\cdot\nabla)T+\frac{\partial T}{\partial t}$。

4. 計算速度場 $\vec{V}$ 之變化率：令 $\vec{B}=\vec{V}$，則 $\frac{D\vec{V}}{Dt}=\vec{a}=(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}+\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}$，其中 $\vec{a}$ 為流場之加速度。

5. 對穩定流場而言：由於 $\frac{\partial B}{\partial t}=0$，故可得 $\frac{DB}{Dt}=(\vec{V}\cdot\nabla)B$。

【精選範例 1-4】

給定一三維流場之速度向量 $\vec{V}=(u,v,w)=10x^2y\vec{i}+5(yz+x)\vec{j}+t\vec{k}$，其中 t 為時間，$\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 分別表示卡氏座標 x，y 和 z 方向之單位向量。試計算其加速度向量場 $\vec{a}$ 之三個分量加速度各為多少？【95 年造船技師】

▶▶【解析】

三個速度分量為 $u = 10x^2y$、$v = 5(yz + x)$、$w = t$

$$\because \vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}$$

故三個加速度分量為：

(1)$a_x = \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} + w\dfrac{\partial u}{\partial z} = (10x^2y)(20xy) + 5(yz + x)(10x^2)$

$\therefore a_x = 200x^3y^2 + 50x^2(yz + x)$

(2)$a_y = \dfrac{\partial v}{\partial t} + u\dfrac{\partial v}{\partial x} + v\dfrac{\partial v}{\partial y} + w\dfrac{\partial v}{\partial z} = (10x^2y)(5) + 5(yz + x)(5z) + t(5y)$

$\therefore a_y = 50x^2y + 25z(yz + x) + 5yt$

(3)$a_z = \dfrac{\partial w}{\partial t} + u\dfrac{\partial w}{\partial x} + v\dfrac{\partial w}{\partial y} + w\dfrac{\partial w}{\partial z} = 1$

【精選範例 1-5】

有一個三維流場之 x, y, z 方向速度分量分別為 $u =(x + 2z)$，$v =(-y + 3x)$，$w = (2y - z)$（速度之單位為m/sec），該流場中溫度分布為 $T = x^2 + yz - 2xy - t$（單位℃）。今將一溫度計置入流場中，試問：

(1)若將溫度計固定於座標（2, 1, 1）處，試求其所顯示之溫度變化率。

(2)若溫度計裝置馬達，使其相對於流場之速度分量分別為 $u = 3$，$v = 1$，$w = 2$（m/sec），試求溫度計流經點座標（2, 1, 1）時所顯示之溫度變化率。

▶▶【解析】

(1)速度場 $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} = (x + 2z)\vec{i} + (-y + 3x)\vec{j} + (2y - z)\vec{k}$

將溫度取隨質導數可得 $\dfrac{DT}{Dt} = \dfrac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)T$

其中 $\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial t}(x^2 + yz - 2xy - t) = -1$

$$\begin{aligned}(\vec{V}\cdot\nabla)T &= u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\\ &= (x + 2z)(2x - 2y) + (-y + 3x)(z - 2x) + (2y - z)(y)\\ &= -4x^2 + 7xz - 6yz + 2y^2\end{aligned}$$

故溫度計於座標(2, 1, 1)處所顯示之溫度變化率為：

$$\frac{DT}{Dt} = -4(2)^2 + 7(2\times 1) - 6(1\times 1) + 2(1)^2 - 1 = -7(℃/\mathrm{sec})$$

(2) $\dfrac{DT}{Dt}=\dfrac{\partial T}{\partial t}+(\vec{V}\cdot\nabla)T$

其中 $\dfrac{\partial T}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial t}(x^2+yz-2xy-t)=-1$

$(\vec{V}\cdot\nabla)T=u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}+w\dfrac{\partial T}{\partial z}$

$=3(2x-2y)+1(z-2x)+2(y)$

$=4x-4y+z$

故溫度計流經點座標(2, 1, 1)時所顯示之溫度變化率為：

$\dfrac{DT}{Dt}=4(2)-4(1)+1-1=4(℃/\mathrm{sec})$

1-3 流體之黏滯性

一、黏滯性

（一）流體在流動過程中，由於流體分子與分子間具有吸引力且產生碰撞，當產生相對運動時，則流體內會產生阻止運動之力，此阻力稱為黏滯力。

（二）由於阻力為流體黏滯性所產生，故此阻力所形成之剪應力稱為黏滯剪應力（viscous shear stress）。

（三）用來描述黏滯力強弱之特性量稱為黏滯性（viscosity）或黏滯係數。

（四）流體之黏滯係數代表流體受到剪應力後變形（流動）之難易程度，例如蜂蜜與水在相同之斜坡上流動，由於蜂蜜的黏滯係數較大，故單位時間內的變形量會較小，亦即較難流動；而水的黏滯係數較小，單位時間內的變形量會較大，亦即較容易流動。

（五）流體之黏滯係數亦代表流體流動時之阻力大小，例如蜂蜜與水在被攪動後，由於蜂蜜之黏滯係數較大，流動時之阻力會快速地消耗掉流體之動能，故蜂蜜之流動很快就會停止；而水之黏滯係數較小，流動時之阻力亦較小，需要較長的時間才能將流體之動能完全消耗掉，故水之流動在一段時間後才會停止。

二、牛頓黏性定律

（一）在牛頓流體中，剪應力與速度梯度成正比之關係，而其中比例常數 μ

定義為黏滯係數，此關係式即稱為牛頓黏性定律（Newton's viscosity law），以數學式表示為 $\tau=\mu\dfrac{du}{dy}$。

（二）μ 之因次為$[\dfrac{M}{LT}]$或$[\dfrac{FT}{L^2}]$，公制單位為 kg/m-s 或 N-s/m^2 = Pa・s，英制單位為 ℓb-s/ft^2。

（三）$\mu_{水}=1\times10^{-3}$(kg/m-s)，$\mu_{air}=2\times10^{-5}$(kg/m-s)。

（四）定義運動黏滯係數 v（kinematic viscosity）為 $v\equiv\dfrac{\mu}{\rho}$，其中 ρ 為密度，而 v 之因次為$[\dfrac{L^2}{T}]$，公制單位為 m^2/sec。

（五）$\dfrac{du}{dy}$ 之特殊意義：幾何意義代表角變形率，而物理意義代表速度梯度。

（六）若流體之黏滯性為零（即 $\mu=0$），則此流體稱為無黏性流體或簡稱無黏流體（inviscid fluid）。

（七）若流體之黏滯剪應力為零（即 $\tau=0$），則此流體之流動稱為無黏性流動或簡稱無黏流動（inviscid flow）。

三、溫度與壓力對黏滯係數之影響

（一）流體之黏滯係數會受溫度之影響而改變，一般狀況下，溫度愈高，液體之黏滯係數會愈小，而氣體之黏滯係數會愈大。

（二）對液體而言：

由於液體分子排列較為緊密，分子間之內聚力（吸引力）較大，而此內聚力為液體黏滯力之主要部分。故當溫度升高時，內聚力變小，因而使黏滯係數變小；反之，若溫度降低時，則黏滯係數變大。

（三）對氣體而言：

由於氣體分子排列較為鬆散，分子間之作用力極大。故當溫度升高時，氣體分子之運動速度隨之增加，分子間產生碰撞之機會亦增高，因而使黏滯係數變大；反之，若溫度降低時，則黏滯係數變小。

（四）由於黏性受壓力影響之程度與溫度相較之下甚小，故受壓力之影響可忽略。因此，黏性僅為溫度的函數，即 $\mu=\mu(T)$。

（五）觀念加強：

1.分子間距：氣體 > 液體 > 固體

2.分子間內聚力：固體 > 液體 > 氣體